

MAT 205 DİFERANSİYEL DENKLEMLER-I QUIZ CEVAP ANAHTARI

1) i) Birinci mertebe, birinci dereceden bir diferansiyel denklem yazınız.

ii) Yazdığınız diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.

$$y' = 1 \Rightarrow y = x + c$$

$$y' = 2x + 1 \Rightarrow y = x^2 + x + c$$

$$y' = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \ln y = \ln x + \ln c \Rightarrow y = cx, \dots$$

2) $2y \frac{dy}{dx} + \frac{y^2 + 1}{x} = x^2 + 1$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

1.yol: $u = u(x)$ olmak üzere $y^2 + 1 = u$ denirse $2yy' = u'$ olup denklem $u' + \frac{1}{x}u = x^2 + 1$ lineer

denklemine indirgenir. $\lambda(x) = e^{\int \frac{1}{x} dx} = e^{\ln x} = x$ olmak üzere lineer denklemin genel çözümü

$xu(x) = \int x(x^2 + 1)dx + c \Rightarrow xu(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + c$ olarak bulunur. $u = y^2 + 1$ yerine yazılırsa istenen

genel çözüm $x(y^2 + 1) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + c$ olur.

2.yol: Denklem düzenlenip diferansiyel formda yazılırsa

$2xydy + (y^2 + 1 - x^3 - x)dx = 0$ olur. $\left. \begin{array}{l} M(x, y) = y^2 + 1 - x^3 - x \\ N(x, y) = 2xy \end{array} \right\} \Rightarrow M_y = 2y = N_x$ olup denklem tam

diferansiyel denklemdir. Gruplandırma yapılırsa

$$(2xydy + y^2 dx) + (1 - x^3 - x)dx = 0$$

$$d(y^2 x) + (1 - x^3 - x)dx = d(c)$$

$$y^2 x + x - \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} = c$$

şeklinde genel çözüm bulunur.

3.yol: Denklem düzenlenip diferansiyel formda

$2ydy + \left(\frac{y^2 + 1}{x} - x^2 - 1 \right) dx = 0$ olarak yazılırsa bu durumda da denklem tam diferansiyel değildir.

İntegral çarpanı $\lambda(x) = x$ olarak bulunup buradan da çözüm yapılabilir.

3) i) $y''' - x^2 y'' + e^x y' + y^2 = 2$; 3. mertebe, 1. derece, lineer olmayan diferansiyel denklem

ii) $(y')^3 + (y'')^2 + y^4 = 2y' - x^2$; 2. mertebe, 2. derece, lineer olmayan diferansiyel denklem

Süre: 30 dakikadır

Dr. Öğr. Üyesi Fatma Hıra